Clase 18 - Optica Geométrica - Refracción - Polarización

Prof. Juan Mauricio Matera

12 de junio de 2019

Luz y sistemas ópticos

En las clases anteriores discutimos

- cómo las ecuaciones de Maxwell predicen la existencia de **Ondas Electromagnéticas** que son
  - Ondas transversales.
  - No tienen soporte mecánico: Se propagan en el vacío con velocidad $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 2,99792458 \times 10^8 \mathrm{m/s}$
  - Son generadas por cargas aceleradas.
- Las propiedades de la luz desde la fenomenología:
  - Intensidad
  - Color
  - Polarización.
  - Coherencia.
  - Direccionalidad
  - cómo se relaciona con nuestra percepción de los fenómenos luminosos.
- Analizamos la propagación de la luz en medios lineales, isótropos y homogeneos.

Ondas electromagnéticas y haces de luz

- Si una onda plana incide sobre una pantalla opaca con un agujero de dimensiones mucho mayores que la longitud de onda λ, del agujero emergerá un **haz** de radiación electromagnética, en la dirección de propagación de la onda inicial.
- Dentro del haz, los campos se comportarán de la misma manera que lo harían si la pantalla no estuviese presente.
- Al interactuar con la materia, el haz de luz puede curvarse o cambiar de dirección, pero siempre sigue una **trayectoria tangente** a la dirección del **vector de Poynting promedio** dentro del haz.
- Llamamos **rayos** a estas **líneas de campo** asociadas al **vector de**

Ondas electromagnéticas en presencia de interfaces

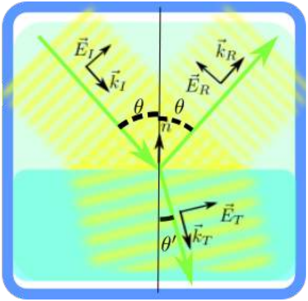
- En presencia de una interface entre dos medios lineales, isótropos y homogeneos, la radiación electromagnética incidente desde uno de los lados puede
  - reflejarse
  - transmitirse
  - absorberse.

- Debido a la presencia de la interface, los campos en su entorno al incidir una **onda monocromática** toman la forma

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \begin{cases} \vec{E}_I(\vec{r},t) + \vec{E}_R(\vec{r},t) & \check{n}\cdot\vec{r} > 0 \\ \vec{E}_T(\vec{r},t) & \check{n}\cdot\vec{r} < 0 \end{cases}$$

$$\vec{E}_{\alpha=I,R,T}(\vec{r},t) = \vec{E}^{(0)}_\alpha \cos(\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \begin{cases} \frac{\vec{k}_I\times\vec{E}_I(\vec{r},t)}{\omega} + \frac{\vec{k}_R\times\vec{E}_I(\vec{r},t)}{\omega} & \check{n}\cdot\vec{r} > 0 \\ \frac{\vec{k}_T\times\vec{E}_T(\vec{r},t)}{\omega} & \check{n}\cdot\vec{r} < 0 \end{cases}$$

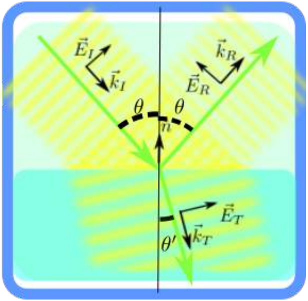


- Debido a la presencia de la interface, los campos en su entorno al incidir una **onda monocromática** toman la forma

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \begin{cases} \vec{E}_I(\vec{r},t) + \vec{E}_R(\vec{r},t) & \check{n}\cdot\vec{r} > 0 \\ \vec{E}_T(\vec{r},t) & \check{n}\cdot\vec{r} < 0 \end{cases}$$

$$\vec{E}_{\alpha=I,R,T}(\vec{r},t) = \vec{E}_\alpha^{(0)} \cos(\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \begin{cases} \frac{\vec{k}_I \times \vec{E}_I(\vec{r},t)}{\omega} + \frac{\vec{k}_R \times \vec{E}_I(\vec{r},t)}{\omega} & \check{n}\cdot\vec{r} > 0 \\ \frac{\vec{k}_T \times \vec{E}_T(\vec{r},t)}{\omega} & \check{n}\cdot\vec{r} < 0 \end{cases}$$



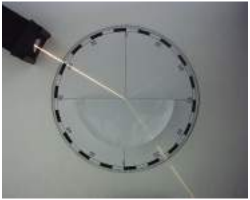
donde asumimos que los medios involucrados no presentan absorción.

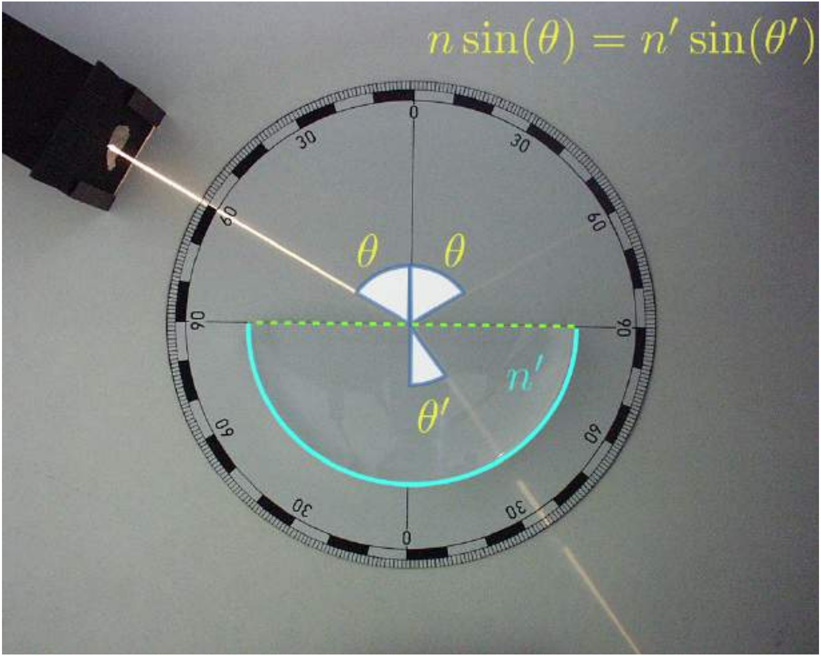
- Si el segundo medio es un conductor ideal, $\vec{E}_T^{(0)} = 0$
- Las expresiones son válidas dentro de los respectivos haces.

Direcciones de Reflexión y Refracción. Leyes de Snell

- La continuidad de las componentes de los campos **tangenciales** a la interface implican que las fases de las tres ondas deben coincidir sobre todos los puntos de esta.
- Esta condición implica las llamadas **Leyes de Snell**
  - La onda reflejada yace sobre el **plano de incidencia** y su **dirección** apunta en forma **simétrica** al rayo incidente.
  - la onda transmitida se propaga con dirección sobre el **plano de incidencia**, satisfaciendo la **Ley de Snell**

$$n_1 \sin(\theta) = n_2 \sin(\theta')$$



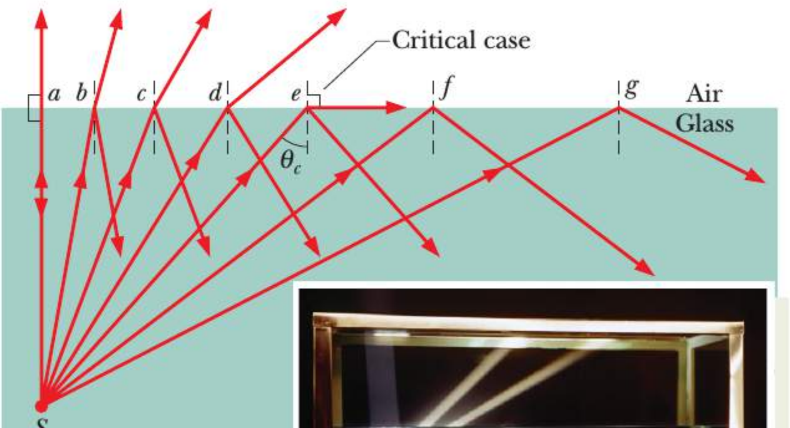

$n\sin(\theta) = n'\sin(\theta')$
θ
θ
n'
θ'
0
30
30
60
60
90
90
60
60
30
30
0

Reflexión total

- De la **Ley de Snell** de refracción,

$$n_1 \sin(\theta) = n_2 \sin(\theta')$$

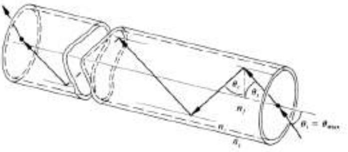
Luego, si $n_1 > n_2$, para ángulos de incidencia $\theta > \theta_c = \arctan(n_2/n_1)$, no hay onda reflejada: en estas condiciones la reflexión es **total**.



Aplicación: Fibras ópticas

- Las fibras ópticas son en la actualidad uno de los principales medios de transmisión de información, debido a su gran ancho de banda, bajas pérdidas, seguridad y bajo costo de producción e instalación.
- Consisten en una fibra de vidrio revestida con un material de menor índice de refracción.
- Para que se cumpla la condición de reflexión total, la luz que ingresa a la fibra debe hacerlo con un ángulo de entrada

$$\sqrt{n_2^2 - n_f^2}$$



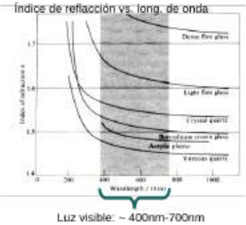
- Se denomina **Apertura Numérica** de la fibra a la cantidad $n_1 \sin(\theta_m ax) = \sqrt{n_2^2 - n_f^2}$

Medios dispersivos

- En los medios materiales, ε y μ dependen en general de la frecuencia, y a través de estos, el índice de refracción.
- Aproximación de Cauchy:

$$n \approx B + \frac{C}{\lambda^2}$$

- Esta es la causa del origen de la descomposición de la luz blanca en prismas y en el arcoiris.



Medios Inhomogeneos: el principio de Fermat

- Un medio inhomogeneo puede representarse como una sucesión de "capas" formadas por medios homogeneos.
- Una forma más directa para encontrar la trayectoria de los rayos de luz (que en estos medios son curvas) es mediante el **Principio de Fermat**:
  Los haces de luz que pasan por dos puntos, lo hacen siguiendo la trayectoria de tiempo mínimo:

$$T(\vec{s}) = \int \frac{n(\vec{s})}{c} |d\vec{s}|$$

Pierre de Fermat
1601 -1665

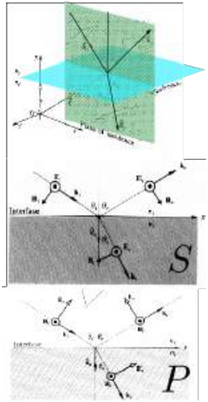
- Es posible deducir las leyes de Snell de este principio.
- Aplicable en general al movimiento ondulatorio en medios no

Aplicación: espejismos

- Un caso típico de un medio con índice de refracción no homogeneo es el aire en presencia de un gradiente de temperatura.
- $n(T) \propto \rho(T) \propto 1/T$
- Sobre el asfalto, la temperatura del aire tiene un gradiente de temperatura hacia arriba: Los rayos que vienen de arriba se curvan hasta reflejarse sobre el aire cercano al asfalto.
- Sobre masas de agua, que se encuentran a menor temperatura que el aire circundante, el gradiente apunta hacia abajo, de manera que las capas de aire más calientes parecen reflejar en

Coeficientes de Fresnel

- Una vez conocidas las direcciones de propagación, en medios lineales no absortibos, las Ecuaciones de Maxwell permiten determinar la intensidad y polarización de las ondas transmitidas y reflejadas.
- Dos direcciones de polarización conservadas: En el plano de incidencia (P) y paralela a la interface (S).



- Los coeficientes de Fresnel relacionan las amplitudes de las ondas reflejadas y transmitidas:

Polarización	$\vec{E}_R^{(0)}$	$\vec{E}_T^{(0)}$
S	$r_S \vec{E}_I^{(0)}$	$t_S \vec{E}_I^{(0)}$
P	$r_P \check{k}_R \times (\vec{E}_I \times \check{k}_I)$	$t_P \frac{z_2}{z_1} \check{k}_T \times (\vec{E}_I \times \check{k}_I)$

con

$$t_S = \frac{2\cos(\theta_I)}{\cos(\theta_I) + z_2/z_1 \cos(\theta_T)} \quad r_S = t_S - 1$$

$$t_P = \frac{2\cos(\theta_I)}{\cos(\theta_I) + z_1/z_2 \cos(\theta_T)} \quad r_P = t_P - 1$$

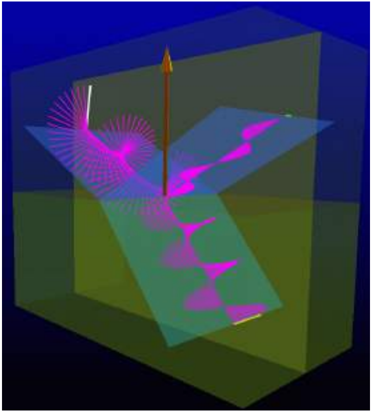
los **coeficientes de Fresnel** y $z_m = \sqrt{\frac{\mu_m}{\varepsilon_m}}$ la **impedancia** del medio. * Para medios no magnéticos, $\mu_m \approx \mu_0 \Rightarrow z_m = z_0/n_m$ con $z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \approx 376\Omega$.

Las intensidades de los haces reflejado y transmitido son entonces

$$I_R = r_S^2 I_I^{(S)} + r_P^2 I_I^{(P)} \quad \text{e} \quad I_T = t_P^2 I_I^{(S)} + t_P^2 I_I^{(P)}$$

que satisfacen $I_R + I_T = I_I$ ya que se verifica $r_S^2 + t_S^2 = r_P^2 + t_P^2 = 1$.

Ángulo de Brewster



Para una onda con polarización P, existe un ángulo θ_B tal que se anula el coeficiente de reflexión. Esto ocurre si

$$\begin{aligned} \cos(\theta_B) &= z_2/z_1 \cos(\theta_B^T) \\ &= z_2/z_1 \sqrt{1 - n_1^2/n_2^2 \sin(\theta} \end{aligned}$$

Asumiendo un medio no magnético, $z_m = z_0/n_m$. Remplazando y despejando,

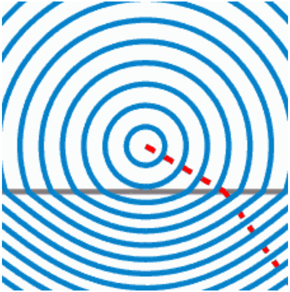
$$\tan(\theta_B) = \frac{n_2}{n_1}$$

- Para este ángulo, la luz reflejada sólo puede tener polarización S.

Óptica Geométrica

Óptica Geométrica

- Dadas una o varias fuentes puntuales de radiación electromagnética, y una distribución de medios materiales, el problema de la **óptica geométrica** consiste en **determinar la densidad de flujo de energía** (radiación) en todo el espacio.
- Como las fuentes son puntuales, una forma práctica de plantear el problema es en términos de **líneas de flujo**.



- En un **medio lineal e isótropo**, las **líneas de flujo** son líneas **rectas**.
- Por este motivo, en la terminología de la óptica geométrica, llamamos **"rayos" (de luz)** a estas **líneas de flujo**.

Definiciones

- Un **sistema óptico** queda definido por el **conjunto de superficies que separan los medios por los que se propaga la luz**.
- Un sistema formado por dos **superficies refractantes** se llama **dióptrico** (ej, lentes)
- Un sistema compuesto por una **superficie reflectante** se llama **catóptrico** (ej. espejos).
- En general un sistema óptico estará compuesto por varios dióptricos y catóptricos.

Eje Óptico y aproximación Paraxial

- Definición: *Un **sistema óptico centrado** está formado por superficies esféricas cuyos centros están alineados sobre un mismo eje. La línea que une estos centros se denomina **eje óptico**.*

- **Aproximación paraxial**: Cada sistema óptico tiene un eje óptico, y se asumirá que todos los rayos se propagan formando **ángulos pequeños** en torno a este.

- Sistema óptico perfecto:
  - Correspondencia punto a punto: A cada punto objeto le corresponde un único punto imágen.
  - Correspondencia plano a plano: Las imágenes de los puntos sobre cualquier plano objeto (perpendicular al eje óptico) están contenidas en el mismo plano.
  - Semejanza: Las distancias entre puntos en un plano objeto son proporcionales a las distancias entre puntos correspondientes en el plano imágen.

Convención de signos (DIN 1335:2003-12)

1. La luz viene desde la izquierda hacia la derecha.
2. Las distancias horizontales se miden en la dirección de avance de la luz (eje x).
3. Las distancias verticales son positivas hacia arriba (eje y).

- Como consecuencia, los radios de curvatura son **positivos** si la superficie es **cóncava**, y **negativos** si es **convexa**

Imágenes reales

- Si luego de pasar por el sistema óptico, los rayos de luz originados en un punto objeto convergen en un punto imágen, decimos que ese punto corresponde a una **imagen real**
- En tal caso, en el punto imágen se concentra la energía que partió del punto objeto.
- La imágen puede entonces registrarse en una película fotográfica, u observarse en una pantalla.

Imágenes virtuales

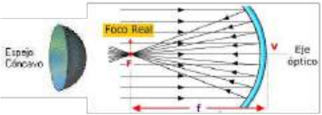
- Si luego de pasar por el sistema óptico, los rayos de luz originados en un punto objeto **no convergen** en un punto imágen, pero si lo hacen sus prolongaciones, decimos que ese punto corresponde a una **imagen virtual**
- En tal caso, para recuperar la imágen, se requiere un sistema óptico (como el ojo) que convierta esa **imágen virtual** en **real**.
- Para el ojo, las imágenes de los objetos parecen estar más allá del sistema óptico.

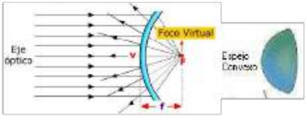
Espejos

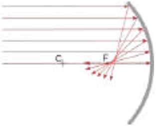
- En un espejo, se anula el coeficiente de transmisión para todo ángulo y toda polarización.
- El espejo queda caracterizado por su **Radio de curvatura**.
- Vamos a considerar superficies reflectivas esféricas, y planas como caso límite.

Puntos y rayos “notables”

- Todo rayo que pasa por el **centro de curvatura** se refleja sobre sí mismo (reflexión normal).
- En la **aproximación paraaxial**, todo rayo que incida **paralelo al eje óptico** pasa por un punto f, sobre el eje óptico, en el punto medio entre el **centro de curvatura** y el espejo. Llamamos a este punto **Foco** del espejo.
- Se denomina **distancia focal**, de valor $R/2$, a la distancia entre el espejo y el foco.
- Todo rayo que pasa por el foco, es reflejado en la dirección paralela al eje óptico.
- Si nos apartamos de la aproximación paraaxial, los rayos que inciden paralelos al eje óptico ya no necesariamente pasan por f. Decimos que el espejo sufre de **aberración esférica** en ese límite.







Posición y orientación de la imagen

- Si usamos la convención de que la "**distancia focal**" f es positiva ($f = R/2$) para un espejo cóncavo y "negativa" ($f = -R/2$) para uno convexo, podemos expresar la posición del punto imágen $((x', y'))$ en función de la del punto objeto (x, y) según

$$x' = \frac{1}{1/f - 1/x} \quad y' = \frac{fy}{f - x}$$

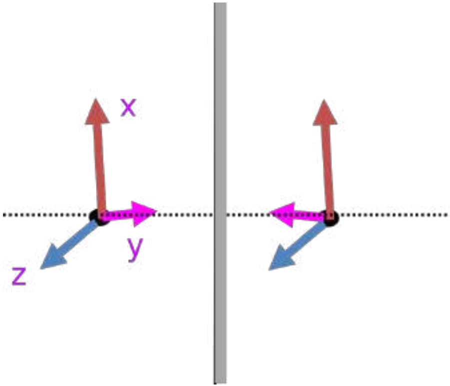
  Luego, la imágen
  - es **real** si $x > f$.
  - es **invertida** si $x/f > 1$
  - sufre un **aumento transversal** $m_l = \frac{|x'|}{x}$
  - sufre un **aumento longitudinal** $\ell = \frac{dx'}{dx} = -\frac{(x')^2}{x^2} = -m^2$: los objetos lucen "invertidos" respecto a esta dirección.

Aplicaciones

- Aumentar el ángulo de visión (Ej, espejos retrovisores).
- Aumentar imágenes en cavidades pequeñas (espéculo odontológico).
- Concentrar radiación electromagnética en un punto (colectores solares, antenas de radio, etc).
- Proyectar radiación electromagnética en una dirección dada (antenas direccionales).
- En general, se puede reducir la aberración esférica modificando la curvatura del espejo (espejos parabólicos)

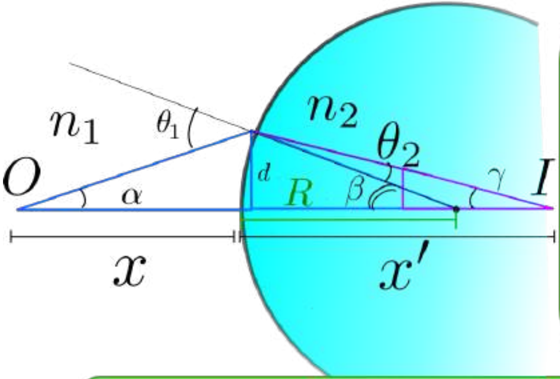
Espejos planos

- Un espejo plano es el límite en que $f = R/2 \to \infty$.
- En este caso, $x' = -x$ (imágen virtual), $m = 1$ (no hay aumento transversal) y $\ell = -1$.
- Las imágenes sufren una "inversión" respecto al eje óptico.



Dióptricos

- Formación de imágenes por **difracción** en un medio. . . .



$$\theta_2 \approx \frac{n_1}{n_2}\theta_1$$
$$\alpha \approx d/x$$
$$\gamma \approx d/x'$$
$$\beta \approx d/R$$
$$\theta_1 = \alpha + \beta$$
$$\beta = \theta_2 + \gamma$$

$$\frac{n_1}{x} - \frac{n_2}{x'} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

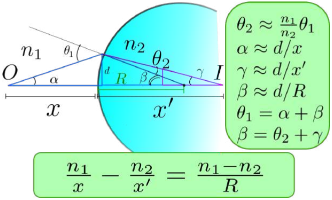
Foco imágen y foco objeto

- Foco imágen: Posición de la imágen de un punto en $x = \to \infty$: $x' = f' = \frac{Rn_2}{n_1 - n_2}$
- Foco objeto: Posición de un objeto que forma una imágen en el punto $x' \to \infty$: $x = f = \frac{Rn_1}{n_1 - n_2}$
- Aumento transversal:

$$m = \frac{x'/n_2}{x/n_1}$$

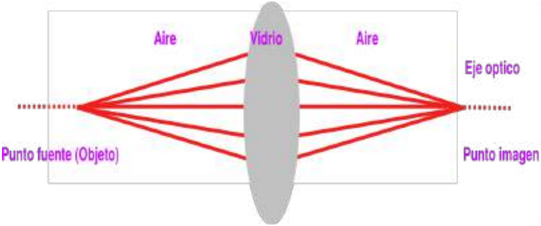
- Aumento longitudinal:

$$\ell = -\frac{f'}{f} m^2 = -\frac{n_2}{n_1} m^2$$



Lentes

Una lente es un sistema óptico formado por dos dióptricos que separan dos medios (típicamente, uno es el aire), y donde al menos uno de los diópricos no es plano.



Lentes delgadas

- Una lente delgada es aquella en que su anchura es despreciable (frente a sus distancias focales y radio de curvatura).
- La marcha de rayos puede construirse por composición de los cálculos para cada uno de sus dióptricos.
- Ecuación de la lente delgada:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = \frac{1}{f}$$

  donde f es la **distancia focal** de la lente.
- En general, $n_2 > n_1 \approx 1$

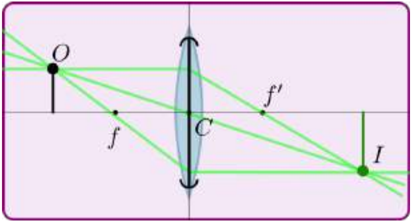
Marcha de rayos y puntos notables

- De manera similar que en un dióptrico, podemos definir
  - **foco imagen**: posición de un objeto que genera una imágen en $x' \to \infty$.

$$f = \frac{1}{\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R}_1\right)}$$

  - **foco imagen**: posición de la imágen de un objeto en $x \to \infty$.

$$f' = -f$$



- Los rayos que ingresan **paralelos** al eje óptico salen de forma que pasan por el **foco imágen** o divergen desde este.
- Los rayos que pasan por el **foco objeto** salen de la lente en

Aumentos

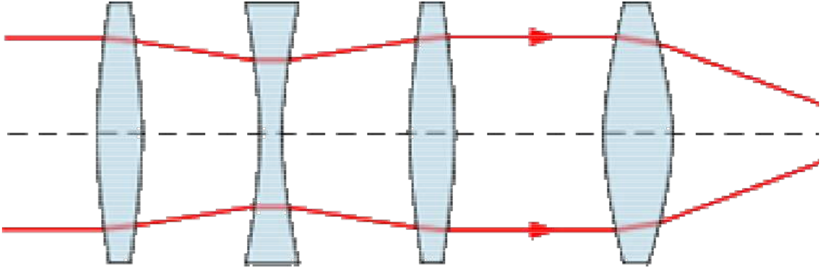
- Aumento transversal:

$$M = \frac{x'}{x} = \frac{f}{f - x}$$

- Aumento longitudinal

$$\ell = \frac{dx'}{dx} = \left(\frac{f}{f - x}\right)^2 = M^2 > 0$$

Sistemas de lentes



- Aumento transversal total: $M_{tot} = M_1 M_2 \ldots M_n$
- Distancia focal efectiva: $f = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \ldots + \frac{1}{f_n}$
- Potencia Dióptrica $P = \frac{1}{f} = \sum_i P_i$
- La potencia Dióptrica se mide en **Dioptrías** ($[\mathrm{D}] = 1/[\mathrm{m}]$).
- Esto permite alcanzar potencias dióptricas elevadas sin violar la condición de paraxialidad.

Aplicaciones

- Lupas
- Anteojos
- Microscopios ópticos
- Telescopios.